

Poverty Modeling in East Nusa Tenggara Using Fourier Nonparametric Regression with Cosine–Sine Comparison and Hypothesis Testing

Narita Yuri Adrianingsih^{1*}, Andrea Tri Rian Dani², I Nyoman Budiantara³, Vita Ratnasari⁴,
Yosy Candra⁵, Bintang A Banewang¹, Leti S. Gaimau¹

¹Departemen Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Tribuana Kalabahi, Alor, Indonesia

²Jurusan Matematika, Program Studi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Mulawarman, Samarinda, Indonesia

^{3,4}Departemen Statistika, Fakultas Sains dan Analitika Data, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya, Indonesia

⁵Pusat Kerukunan Umat Beragama, Sekretariat Jenderal, Kementerian Agama, Jakarta, Indonesia

*Corresponding author: naritayuria98@gmail.com

Submitted : 20 April 2026

Revised : 11 Mei 2026

Accepted : 28 Mei 2026

ABSTRACT

Poverty remains a major multidimensional development challenge in Indonesia, particularly in East Nusa Tenggara (NTT) Province, which consistently records one of the highest poverty rates nationally. Conventional parametric approaches, such as linear regression, are often inadequate to capture the nonlinear relationships between socioeconomic factors and poverty levels. Therefore, this study proposes a Fourier series–based nonparametric regression approach to model poverty in NTT. The novelty of this study lies in the comparison between cosine-based and sine-based Fourier components combined with inferential statistical testing. This study uses 2025 cross-sectional data obtained from the Central Statistics Agency covering 22 districts/cities in NTT. The response variable is the percentage of poor population, while the predictor variables include mean years of schooling, population density, food security index, and percentage of households with access to proper water. Model estimation is conducted using Ordinary Least Squares (OLS), while the optimal oscillation parameter is determined using Generalized Cross-Validation (GCV). Model performance is evaluated using MSE, RMSE, MAPE, and coefficient of determination (R^2). The results show that the cosine-based Fourier model with three oscillations outperforms the sine-based model, achieving MSE of 1.903, RMSE of 1.379, MAPE of 5.817%, and R^2 of 95.146%. Hypothesis testing indicates that the predictor variables simultaneously influence poverty levels, while each variable has at least one significant parameter partially. These findings show that the Fourier nonparametric regression approach effectively captures fluctuating poverty patterns and provides a more accurate model for targeted poverty alleviation policies.

Keywords: East Nusa Tenggara, Fourier Series, Generalized Cross-Validation, Nonparametric Regression, Poverty



This is an open access article under the Creative Commons 4.0 Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited. ©2022 by author and Universitas Negeri Padang.

I. PENDAHULUAN

Kemiskinan merupakan permasalahan multidimensional yang kompleks dan masih menjadi tantangan utama pembangunan di Indonesia (Ciucu et al., 2025), terutama di wilayah-wilayah dengan keterbatasan sumber daya seperti Provinsi Nusa Tenggara Timur (NTT) (Adrianingsih et al., 2025). Data dari Badan Pusat Statistik (BPS) menunjukkan bahwa populasi penduduk miskin di Provinsi NTT pada September 2025 berjumlah sekitar 1,03 juta jiwa atau sebesar 17,50 persen. Persentase ini mengindikasikan adanya penurunan yang cukup signifikan dibandingkan data Maret 2025 yang bertengger di angka 18,60 persen, dengan selisih penurunan mencapai 1,10 persen. Meskipun mengalami penurunan, angka tersebut masih menempatkan NTT sebagai salah satu dari enam provinsi dengan tingkat kemiskinan tertinggi di Indonesia. Hingga September 2025, total penduduk miskin telah berkurang menjadi 1,03 juta jiwa, sebuah penurunan sebesar 57,09 ribu dari bulan Maret dan 76,24 ribu dari tahun lalu. Secara rata-rata, rumah tangga yang tergolong miskin memiliki tanggungan sebanyak 5,88 orang dengan batas garis kemiskinan bulanan yang menyentuh

angka Rp3.310.746 per rumah tangga. (BPS, 2025). Fakta ini menunjukkan bahwa sebagian besar masyarakat masih menghadapi keterbatasan dalam memenuhi kebutuhan dasar secara layak.

Fenomena kemiskinan di NTT tidak dapat dipahami melalui satu penyebab tunggal, melainkan terbentuk dari interaksi yang saling berkaitan dan kompleks antara aspek sosial, ekonomi, serta kondisi geografis. (Symonds, 2011). Beberapa faktor yang diduga memiliki pengaruh signifikan antara lain rata-rata lama sekolah sebagai indikator kualitas sumber daya manusia, kepadatan penduduk yang mencerminkan tekanan demografis, indeks ketahanan pangan yang berkaitan dengan akses terhadap kebutuhan pangan, serta persentase rumah tangga dengan akses air layak sebagai indikator kesejahteraan dasar.

Selama ini, analisis kemiskinan umumnya dilakukan menggunakan pendekatan parametrik seperti regresi linier yang berasumsi adanya hubungan linier antara variabel prediktor dan respons (Dani & Nimatuzzahroh, 2021; Dani & Ni'matuzzahroh, 2022). Namun, pada kenyataannya, keterkaitan antara faktor sosial ekonomi dan tingkat kemiskinan sering kali bersifat nonlinier serta kompleks, sehingga tidak dapat dijelaskan secara memadai oleh model parametrik yang kaku. Kondisi ini mendorong perlunya penggunaan metode yang lebih fleksibel dan adaptif dalam menangkap pola hubungan data yang tidak diketahui bentuknya secara pasti (Adrianingsih & Dani, 2021; Dani & Adrianingsih, 2021).

Salah satu pendekatan yang menjanjikan adalah regresi nonparametrik, yaitu pendekatan yang tidak mensyaratkan bentuk fungsi tertentu antara variabel prediktor dan variabel respons (Dani et al., 2025; Wahba, 1990). Kelebihan utama regresi nonparametrik meliputi fleksibilitas dalam mengidentifikasi pola hubungan yang tidak linier, kemampuan menangani heterogenitas data, serta tidak bergantung pada asumsi distribusi tertentu seperti normalitas residual. Dengan karakteristik tersebut, pendekatan ini menjadi sangat relevan untuk memodelkan kemiskinan di Provinsi Nusa Tenggara Timur yang dipengaruhi oleh banyak faktor dengan hubungan yang kompleks.

Dalam penelitian ini, digunakan pendekatan regresi nonparametrik berbasis deret Fourier sebagai solusi pemodelan yang memiliki fleksibilitas tinggi dalam menangkap pola fluktuatif dan periodik pada data. Regresi nonparametrik deret Fourier memanfaatkan fungsi-fungsi trigonometri, yaitu komponen sinus dan cosinus, untuk mendekati bentuk hubungan antara variabel prediktor dan respons tanpa harus menentukan bentuk fungsi tertentu di awal (Bilodeau, 1992; Candra & Dani, 2026). Pendekatan ini sangat efektif dalam merepresentasikan pola yang berulang maupun perubahan yang bersifat halus dalam data (Dani et al., 2022). Lebih lanjut, penelitian ini tidak hanya mengaplikasikan regresi Fourier secara konvensional, tetapi juga menghadirkan unsur kebaruan (*novelty*) melalui eksplorasi dan perbandingan sistematis antara model yang dibangun menggunakan komponen cosinus dan komponen sinus. Perbandingan ini dilakukan secara terstruktur untuk mengevaluasi karakteristik masing-masing komponen dalam menangkap pola data kemiskinan yang kompleks dan fluktuatif. Setelah model terbaik diperoleh, tahap berikutnya adalah melakukan pengujian hipotesis secara simultan dan parsial terhadap parameter model. Pengujian ini penting karena selain berperan sebagai alat inferensi statistik, juga menjadi dasar untuk menentukan variabel yang berpengaruh signifikan terhadap tingkat kemiskinan.

Melalui pendekatan tersebut, penelitian ini bertujuan untuk membangun model regresi nonparametrik deret Fourier yang optimal dalam memodelkan tingkat kemiskinan di Provinsi Nusa Tenggara Timur, sekaligus mengidentifikasi variabel-variabel yang memiliki pengaruh signifikan terhadap kemiskinan dalam kerangka pemodelan statistika. Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan pemahaman yang lebih komprehensif mengenai pola hubungan antarvariabel, serta menjadi dasar analisis yang lebih kuat dalam perumusan kebijakan pengentasan kemiskinan yang tepat sasaran sesuai karakteristik data yang digunakan.

II. METODE PENELITIAN

A. Sumber Data dan Variabel Penelitian

Penelitian ini menggunakan data sekunder yang diperoleh dari publikasi Badan Pusat Statistik (BPS, 2024; BPS, 2025). Data yang dianalisis merupakan data terbaru tahun 2025 dengan karakteristik cross-sectional yang mencakup 22 kabupaten/kota di Provinsi Nusa Tenggara Timur. Variabel-variabel yang diteliti diasumsikan memiliki pengaruh terhadap persentase penduduk miskin, dengan rincian lengkap disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1. Variabel Penelitian

| Notasi | Variabel | Keterangan | Definisi Operasional |
|--------|-----------------|----------------------------|--|
| y | Variabel Respon | Persentase Penduduk Miskin | Proporsi penduduk dengan pengeluaran per kapita per bulan yang berada di bawah garis |

| | | | |
|-------|--------------------|----------------------------------|--|
| x_1 | Variabel Prediktor | Rata-Rata Lama Sekolah | kemiskinan yang ditetapkan oleh BPS (dalam persen). Rata-rata lama pendidikan formal yang telah dijalani oleh penduduk berusia 15 tahun ke atas (dalam tahun) |
| x_2 | Variabel Prediktor | Kepadatan Penduduk | Jumlah penduduk per satuan luas wilayah (jiwa/km ²) yang menggambarkan tingkat kepadatan suatu daerah. |
| x_3 | Variabel Prediktor | Indeks Ketahanan Pangan | Indeks komposit yang mengukur kondisi ketersediaan, akses, dan pemanfaatan pangan di suatu wilayah (dalam indeks/skor). |
| x_4 | Variabel Prediktor | Persentase Akses Air Minum Layak | Proporsi rumah tangga yang memperoleh akses terhadap sumber air minum yang memenuhi standar kelayakan (dalam persen). |

B. Teknik Analisis Data

1. Regresi Nonparametrik

Regresi nonparametrik merupakan metode analisis yang digunakan untuk mengkaji hubungan antarvariabel ketika bentuk fungsi regresi tidak diketahui dan informasi lengkap mengenai pola data sebelumnya tidak tersedia (Hardle, 1990). Secara umum, model regresi nonparametrik dirumuskan seperti pada Persamaan (1).

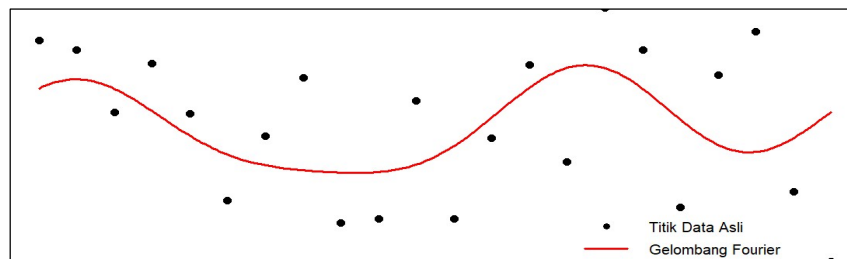
$$y_i = g(x_i) + \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots, n \tag{1}$$

dengan

- y_i : variabel respon pada observasi ke- i
- x_i : variabel prediktor pada observasi ke- i
- $g(x_i)$: fungsi regresi nonparametrik untuk prediktor pada observasi ke- i
- ε_i : galat pada observasi ke- i

2. Regresi Nonparametrik Deret Fourier

Deret Fourier dalam regresi nonparametrik menggunakan polinomial trigonometri untuk menggambarkan hubungan antar variabel, khususnya pada data periodik (Suliyanto et al., 2025). Fungsi periodik direpresentasikan oleh komponen sinus dan cosinus, yang berguna ketika pola data tidak diketahui atau bersifat periodik (Candra & Dani, 2026; Amri et al., 2024). Komponen cosinus memodelkan pola data statis (Bilodeau, 1992), sementara sinus lebih efektif untuk pola dinamis (Steinerberger et al., 2021). Kedua komponen diuji untuk mengukur efektivitasnya dalam memodelkan data periodik. Ilustrasi deret Fourier dalam menangkap pola data yang berfluktuasi secara fleksibel melalui penjumlahan fungsi-fungsi trigonometri disajikan pada Gambar 1. Penggabungan berbagai komponen gelombang dengan frekuensi berbeda akan menghasilkan kurva estimasi yang mampu mengikuti fluktuasi data aslinya dengan akurat.



Gambar 1. Ilustrasi deret Fourier dalam menangkap pola data

a) Regresi Nonparametrik Deret Fourier Komponen Cosinus

Model regresi nonparametrik dengan komponen cosinus mengasumsikan pola data sebagai fungsi genap. Karena sifatnya yang simetris terhadap sumbu vertikal, model ini efektif untuk menangkap hubungan nonlinier di mana hanya

komponen cosinus yang memberikan kontribusi (Bilodeau, 1992). Secara matematis, formulasi deret cosinus Fourier disajikan pada Persamaan (2).

$$y_i = \frac{\alpha_0}{2} + \sum_{p=1}^j \left(\lambda_p(x_{pi}) + \sum_{q=1}^Q \alpha_{qp} \cos(qx_{pi}) \right) + \varepsilon_i; p = 1, 2, \dots, j; i = 1, 2, \dots, n; q = 1, 2, \dots, Q \quad (2)$$

dengan

- y_i : variabel respon pada observasi ke- i
- x_{pi} : variabel prediktor ke- p pada observasi ke- i
- α_0 : konstanta parameter deret Fourier
- λ_p : koefisien parameter deret Fourier pada variabel ke- p
- α_{qp} : koefisien parameter osilasi ke- q pada variabel prediktor ke- p
- $\cos(qx_{pi})$: komponen cosinus deret Fourier
- ε_i : galat pada observasi ke- i

Dalam bentuk matriks, Persamaan (2) dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & x_{11} & \cos x_{11} & \cdots & \cos(Qx_{11}) & \cdots & x_{p1} & \cos x_{p1} & \cdots & \cos(Qx_{p1}) \\ \frac{1}{2} & x_{12} & \cos x_{12} & \cdots & \cos(Qx_{12}) & \cdots & x_{p2} & \cos x_{p2} & \cdots & \cos(Qx_{p2}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{2} & x_{1n} & \cos x_{1n} & \cdots & \cos(Qx_{1n}) & \cdots & x_{pn} & \cos x_{pn} & \cdots & \cos(Qx_{pn}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \lambda_1 \\ \alpha_{11} \\ \vdots \\ \alpha_{Q1} \\ \lambda_p \\ \alpha_{1p} \\ \vdots \\ \alpha_{Qp} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} \quad (3)$$

b) Regresi Nonparametrik Deret Fourir Komponen Sinus

Model regresi nonparametrik dengan komponen sinus mengasumsikan pola data sebagai fungsi ganjil. Basis ini sangat bergantung pada titik asal (*origin*) dan efektif dalam menangkap fluktuasi tajam atau osilasi pada data dengan keragaman tinggi (Mardianto et al., 2019). Secara matematis, formulasi deret sinus Fourier disajikan pada Persamaan (4).

$$y_i = \frac{\alpha_0}{2} + \sum_{p=1}^j \left(\lambda_p(x_{pi}) + \sum_{q=1}^Q \alpha_{qp} \sin(qx_{pi}) \right) + \varepsilon_i; p = 1, 2, \dots, j; i = 1, 2, \dots, n; q = 1, 2, \dots, Q \quad (4)$$

dengan $\sin(qx_{pi})$ sebagai komponen sinus deret Fourier

Dalam bentuk matriks, Persamaan (4) dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & x_{11} & \cos x_{11} & \cdots & \sin(Qx_{11}) & \cdots & x_{p1} & \sin x_{p1} & \cdots & \sin(Qx_{p1}) \\ \frac{1}{2} & x_{12} & \cos x_{12} & \cdots & \sin(Qx_{12}) & \cdots & x_{p2} & \sin x_{p2} & \cdots & \sin(Qx_{p2}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{2} & x_{1n} & \cos x_{1n} & \cdots & \sin(Qx_{1n}) & \cdots & x_{pn} & \sin x_{pn} & \cdots & \sin(Qx_{pn}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \lambda_1 \\ \alpha_{11} \\ \vdots \\ \alpha_{Q1} \\ \lambda_p \\ \alpha_{1p} \\ \vdots \\ \alpha_{Qp} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} \quad (5)$$

Bentuk matriks pada Persamaan (3) dan (5) selanjutnya dapat disederhanakan ke dalam notasi vektor-matriks sebagai berikut:

$$\bar{y} = \mathbf{X}\bar{\alpha} + \bar{\varepsilon} \quad (6)$$

Meskipun komponen sinus dan cosinus diestimasi secara terpisah, keduanya menggunakan bentuk notasi matematis yang sama karena keduanya terkandung dalam matriks \mathbf{X} . Hal ini memungkinkan regresi nonparametrik deret Fourier untuk lebih fleksibel dalam menyesuaikan pola data yang kompleks.

3. Estimator Deret Fourier Komponen Cosinus dan Sinus

Selanjutnya, parameter $\bar{\alpha}$ diestimasi dengan metode *Ordinary Least Squares* (OLS), yaitu teknik penaksiran yang bertujuan meminimalkan jumlah kuadrat galat. Pada penelitian terdapat dua model yang akan dicari estimatornya, yaitu pada Persamaan (2) dan (4). Berikut galat pada komponen cosinus dan sinus (Dani dan Adriningsih, 2021):

Galat komponen cosinus:

$$\varepsilon_i = y_i - \left[\frac{\alpha_0}{2} + \sum_{p=1}^j \left(\lambda_p(x_{pi}) + \sum_{q=1}^Q \alpha_{qp} \cos(qx_{pi}) \right) \right] \quad (7)$$

Galat komponen sinus:

$$\varepsilon_i = y_i - \left[\frac{\alpha_0}{2} + \sum_{p=1}^j \left(\lambda_p(x_{pi}) + \sum_{q=1}^Q \alpha_{qp} \sin(qx_{pi}) \right) \right] \quad (8)$$

Kedua bentuk galat tersebut dapat dituliskan secara umum sebagai berikut:

$$\varepsilon_i = \bar{y} - \mathbf{X}\bar{\alpha} \quad (9)$$

dengan \mathbf{X} adalah matriks desain (berisi komponen sinus dan cosinus)

Selanjutnya, total kuadrat galat dapat dihitung sebagai berikut:

$$\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \bar{\varepsilon}^T \bar{\varepsilon} = (\bar{y} - \mathbf{X}\bar{\alpha})^T (\bar{y} - \mathbf{X}\bar{\alpha}) \quad (10)$$

Metode OLS memperoleh estimator $\bar{\alpha}$ dengan menyelesaikan masalah optimasi sebagai berikut:

$$\min \{Q(\bar{\alpha})\} = \min \{(\bar{y} - \mathbf{X}\bar{\alpha})^T (\bar{y} - \mathbf{X}\bar{\alpha})\} \quad (11)$$

Optimasi pada Persamaan (11) dapat diselesaikan melalui pendekatan turunan parsial. Selanjutnya, bentuk kuadratik $Q(\bar{\alpha})$ dapat dikembangkan menjadi

$$Q(\bar{\alpha}) = [\bar{y}^T \bar{y} - 2\bar{\alpha}^T \mathbf{X}^T \bar{y} + \bar{\alpha}^T \mathbf{X}^T \mathbf{X} \bar{\alpha}] \quad (12)$$

Selanjutnya, Persamaan (12) diturunkan terhadap vektor $\bar{\alpha}$ dan hasilnya disetarakan dengan nol sehingga diperoleh:

$$\hat{\alpha} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \bar{y} \quad (13)$$

Sehingga estimasi kurva regresi $\hat{g}(x_i)$ diperoleh:

$$\bar{g}(x_i) = \mathbf{X}\hat{\alpha} \rightarrow \mathbf{X}[(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \bar{y}] \rightarrow \mathbf{F}(Q)\bar{y} \quad (14)$$

Dengan demikian, diperoleh estimasi kurva regresi berbasis deret Fourier, dimana bentuk matriks \mathbf{X} akan berbeda tergantung pada penggunaan komponen sinus dan cosinus.

4. Pengujian Hipotesis

Pengujian parameter bertujuan untuk menilai signifikansi pengaruh variabel prediktor terhadap variabel respon. Proses pengujiannya meliputi uji simultan dengan statistik F dan uji parsial dengan statistik t (Sudjana, 2022).

a) Uji Simultan

Uji simultan digunakan untuk menilai pengaruh seluruh variabel prediktor secara bersama-sama terhadap variabel respon melalui parameter dalam model (Algifari, 1997). Berikut adalah hipotesis untuk uji simultan.

$$H_0 : \lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_j = \alpha_{11} = \dots = \alpha_{jQ} = 0$$

(Semua variabel prediktor tidak memberikan pengaruh yang signifikan terhadap variabel respon)

$$H_1 : \text{Terdapat minimal salah satu } \lambda_p \neq 0 \text{ atau } \alpha_{pq} \neq 0; p = 1, 2, \dots, j; q = 1, 2, \dots, Q$$

(Semua variabel prediktor memberikan pengaruh yang signifikan terhadap variabel respon)
Statistik uji yang digunakan pada uji simultan disajikan pada Persamaan (15).

$$F_{hitung} = \frac{MS_{regresi}}{MS_{error}} \quad (15)$$

dengan

$$MSR = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{p + (pQ)}, MSE = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - (p + (pQ)) - 1}$$

Tolak H_0 jika $F_{hitung} > F_{tabel}$ dimana F_{tabel} adalah $F_{\alpha(p+pQ, n-(p+pQ)-1)}$ atau $p\text{-value} \leq \alpha$ yang berarti variabel prediktor secara simultan berkontribusi terhadap variabel respon.

b) Uji Parsial

Uji parsial digunakan untuk menentukan parameter yang memiliki pengaruh signifikan secara individual dalam model (Chamidah dan Lestari, 2022). Adapun hipotesis yang digunakan dalam uji parsial adalah sebagai berikut:

$$H_0 : \lambda_p, \alpha_{pq} = 0$$

(Secara parsial, variabel prediktor tidak memberikan berpengaruh terhadap variabel respon)

$$H_1 : \lambda_p \neq 0, \alpha_{pq} \neq 0; p = 1, 2, \dots, j, q = 1, 2, \dots, Q$$

(Secara parsial, variabel prediktor memberikan pengaruh terhadap variabel respon)

Statistik uji yang digunakan pada uji parsial disajikan pada Persamaan (16).

$$t_{hitung} = \frac{\hat{\alpha}_p}{SE(\hat{\alpha}_p)} \quad (16)$$

dengan $SE(\hat{\alpha}_p)$ adalah *standard galat* dari $\hat{\alpha}_p$ pada Persamaan (17).

$$SE(\hat{\alpha}_p) = \sqrt{\text{var}(\hat{\alpha}_p)} \quad (17)$$

Tolak H_0 jika $|t_{hitung}| > t_{tabel} = t_{\frac{\alpha}{2}; (n-p-(p+pq)-1)}$ atau tolak H_0 jika $p\text{-value} \leq \alpha$.

5. Pemilihan Parameter Penghalus Optimal

Penentuan parameter osilasi optimal pada estimator deret Fourier dilakukan melalui metode *Generalized Cross-Validation* (GCV). Metode ini menyeimbangkan akurasi dan kompleksitas model dengan membagi rata-rata galat terhadap proporsi derajat bebas sisaan (Haq et al., 2025). Berdasarkan kriteria yang dikemukakan oleh Wu et al. (2006), model terbaik ditentukan dari nilai GCV yang paling kecil. Perhitungan GCV disajikan pada Persamaan (18).

$$GCV = \min_s \left[\frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\left(\frac{1}{n} \text{trace}[\mathbf{I} - [\mathbf{F}(Q)]] \right)^2} \right] \quad (18)$$

dengan

n : banyak observasi

y_i : nilai aktual observasi ke- i

\hat{y}_i : nilai prediksi model observasi ke- i

\bar{y} : rata-rata dari nilai aktual

trace : jumlah elemen diagonal matriks

\mathbf{I} : matriks identitas

$\mathbf{F}(Q)$: matriks untuk menaksir estimator yang berisi $\mathbf{X}(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T$

6. Evaluasi Performa dan Perbandingan Model

Kinerja model dinilai menggunakan beberapa ukuran, yaitu *Mean Squared Error* (MSE), *Root Mean Squared Error* (RMSE), *Mean Percentage Absolute Error* (MAPE), dan Koefisien Determinasi (R^2). Model terbaik dipilih berdasarkan nilai galat terkecil dari R^2 tertinggi (Candra & Dani, 2026).

a) MSE dan RMSE

MSE dan RMSE mengukur rata-rata kuadrat galat (Dani et al., 2025). Perhitungan MSE dan RMSE disajikan pada Persamaan (19) dan (20).

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \tag{19}$$

$$RMSE = \sqrt{MSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2} \tag{20}$$

b) MAPE

MAPE menghitung rata-rata persentase penyimpangan estimasi terhadap data riil (Kurniawan et al., 2025). Perhitungan MAPE disajikan pada Persamaan (21).

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right| \times 100 \tag{21}$$

c) Koefisien Determinasi

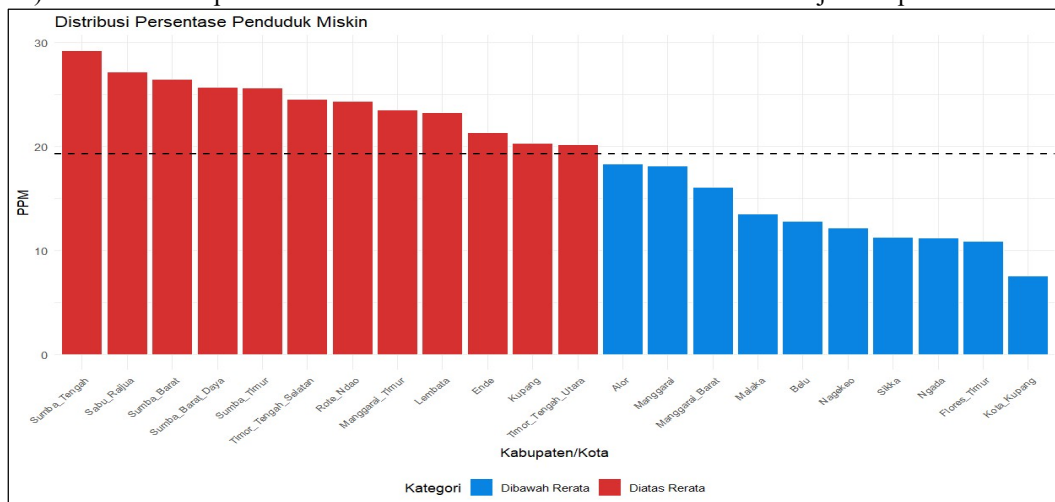
R^2 mengukur kemampuan variabel prediktor dalam menjelaskan variabilitas variabel respon (Dani et al., 2025). Perhitungan R^2 disajikan pada Persamaan (22).

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \tag{22}$$

III. HASIL DAN PEMBAHASAN

A. Eksplorasi Data

Eksplorasi data dilakukan menggunakan diagram batang untuk menggambarkan distribusi Persentase Penduduk Miskin (PPM) di seluruh kabupaten/kota Provinsi NTT. Hasil visualisasi tersebut ditunjukkan pada Gambar 2.

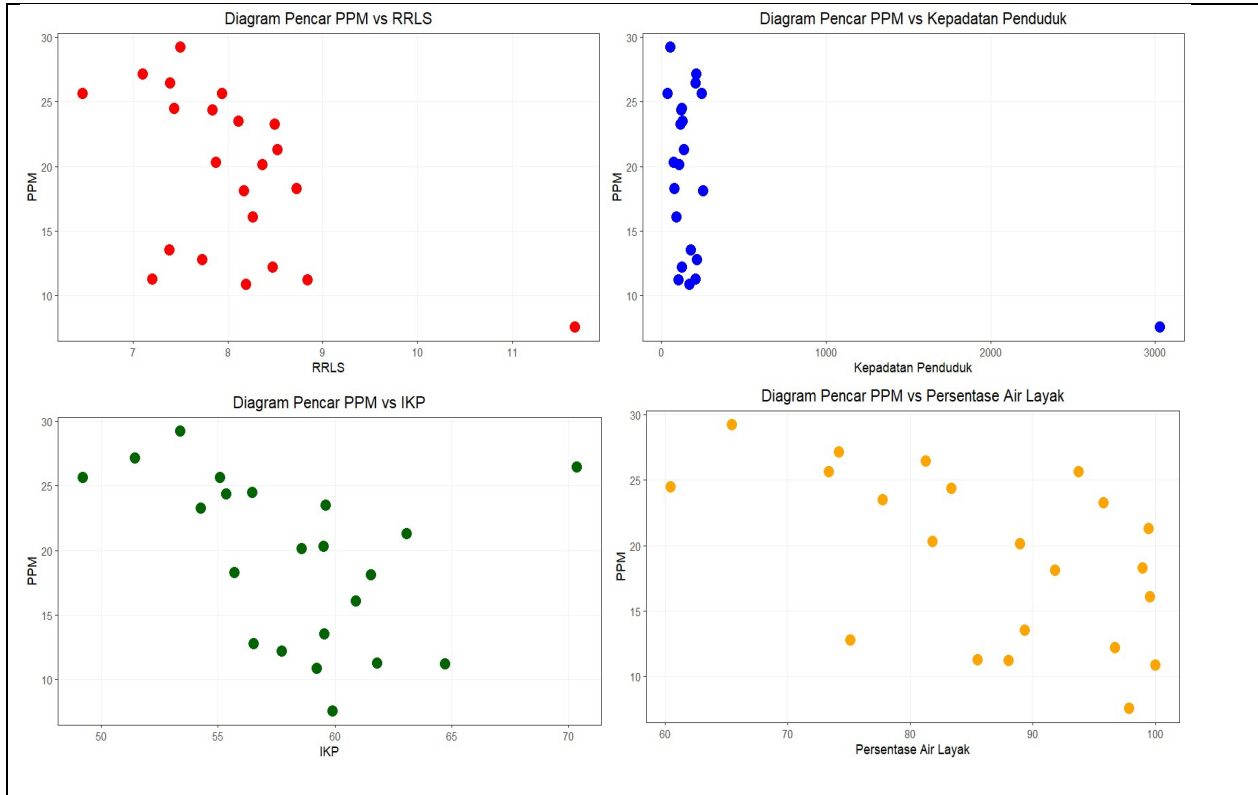


Gambar 2. Diagram batang Persentase Penduduk Miskin

Berdasarkan Gambar 2, tingkat kemiskinan di Provinsi NTT menunjukkan variasi yang cukup besar antarwilayah. Kabupaten Sumba Tengah dan Sabu Raijua tercatat memiliki persentase penduduk miskin tertinggi, sedangkan daerah perkotaan seperti Kota Kupang menunjukkan angka yang relatif lebih rendah, diikuti oleh Kabupaten Flores Timur dan

Ngada. Perbedaan yang cukup mencolok ini mengindikasikan adanya ketimpangan tingkat kesejahteraan serta perbedaan karakteristik wilayah yang turut memengaruhi tingkat kemiskinan di masing-masing kabupaten/kota.

Selanjutnya, keterkaitan antara persentase penduduk miskin dan seluruh variabel prediktor dianalisis melalui diagram pencar. Hasil visualisasi hubungan antarvariabel tersebut ditampilkan pada Gambar 3.



Gambar 3. Diagram pencar Persentase Penduduk Miskin terhadap variabel prediktor

Berdasarkan Gambar 3, sebaran data antara persentase penduduk miskin dan masing-masing variabel prediktor tampak acak serta tidak menunjukkan pola linier yang jelas. Fenomena ini mengindikasikan bahwa hubungan antar variabel tidak dapat dijelaskan dengan asumsi bentuk fungsi tertentu (nonparametrik). Adanya fluktuasi data yang tidak teratur dan tidak mengikuti pola distribusi tertentu memperkuat alasan penggunaan regresi nonparametrik deret Fourier komponen cosinus dan sinus.

B. Pemilihan Parameter Osilasi Optimal

Penentuan parameter osilasi dilakukan dengan membandingkan nilai GCV pada 1, 2, dan 3 osilasi. Analisis dilakukan pada dua skema, yaitu komponen cosinus dan komponen sinus. Nilai GCV yang minimum menunjukkan bahwa model memiliki keseimbangan yang optimal antara fleksibilitas kurva dan tingkat kesalahan prediksi dalam menangkap fluktuasi data kemiskinan di NTT. Hasil perhitungan nilai GCV disajikan pada Tabel 2.

Tabel 2. Nilai GCV untuk Variasi Parameter Osilasi

| Model | Parameter Osilasi | Nilai GCV |
|------------------|-------------------|----------------|
| Komponen Cosinus | 1 | 143,799 |
| | 2 | 31,442 |
| | 3 | 3,599* |
| Komponen Sinus | 1 | 154,021 |
| | 2 | 40,893 |
| | 3 | 16,249* |

Keterangan: (*) menunjukkan nilai optimal pada masing-masing komponen

Berdasarkan Tabel 2, nilai GCV pada kedua skema menunjukkan tren penurunan seiring bertambahnya parameter osilasi. Nilai GCV minimum pada komponen cosinus diperoleh sebesar 3,599 dan pada komponen sinus sebesar 16,249. Berdasarkan hasil tersebut, nilai 3 osilasi ditetapkan sebagai parameter optimal untuk masing-masing komponen, baik pada komponen cosinus maupun komponen sinus, untuk digunakan pada analisis tahap berikutnya.

C. Evaluasi dan Perbandingan Performa Model

Setelah diperoleh nilai osilasi optimal untuk masing-masing komponen, dilakukan perbandingan untuk menentukan model terbaik. Evaluasi dilakukan dengan membandingkan nilai MSE, RMSE, MAPE, dan R^2 . Perbandingan ini bertujuan untuk menetapkan satu model dengan tingkat akurasi tertinggi dan galat terkecil dalam memprediksi persentase kemiskinan di NTT. Perbandingan model terbaik disajikan pada Tabel 3.

Tabel 3. Perbandingan Akurasi Model

| Kriteria Akurasi | Komponen Cosinus ($q = 3$) | Komponen Sinus ($q = 3$) |
|------------------|------------------------------|----------------------------|
| MSE | 1,903* | 8,595 |
| RMSE | 1,379* | 2,932 |
| MAPE | 5,817%* | 13,839% |
| R^2 | 95,146%* | 78,079% |

Keterangan: (*) menunjukkan nilai optimal pada masing-masing kriteria akurasi

Berdasarkan Tabel 3, komponen cosinus menunjukkan performa yang lebih unggul dibandingkan komponen sinus. Hal ini ditunjukkan oleh nilai kesalahan yang lebih kecil, MSE (1,903) RMSE (1,379) dan MAPE (5,817%) serta tingkat akurasi yang lebih tinggi dengan nilai R^2 mencapai 95,146%. Hasil ini mengindikasikan bahwa komponen cosinus lebih representatif dalam menangkap pola fluktuasi data kemiskinan di NTT dibandingkan komponen sinus. Dengan demikian, model terbaik yang dipilih dalam penelitian ini adalah model regresi nonparametrik deret Fourier dengan komponen cosinus pada parameter 3 osilasi, yang secara matematis dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \hat{y}_i = & 402,513 - 46,729x_{1i} - 56,742 \cos x_{1i} - 1,769 \cos 2x_{1i} - 2,624 \cos 3x_{1i} + 0,079x_{2i} \\ & - 12,058 \cos x_{2i} + 5,159 \cos 2x_{2i} + 8,292 \cos 3x_{2i} + 0,852x_{3i} - 5,622 \cos x_{3i} - 1,412 \cos 2x_{3i} \\ & - 1,163 \cos 3x_{3i} - 0,943x_{4i} + 8,252 \cos x_{4i} - 10,753 \cos 2x_{4i} + 4,803 \cos 3x_{4i} \end{aligned} \quad (22)$$

Berdasarkan Persamaan (22), hubungan antara variabel prediktor dan persentase penduduk miskin di NTT tidak menunjukkan pola linier sederhana. Keberadaan beberapa komponen cosinus pada masing-masing variabel mengindikasikan adanya pola hubungan yang nonlinear dan fluktuatif. Jika dikaitkan dengan komponen cosinus yang terbentuk, variabel rata-rata lama sekolah (x_1) dan indeks ketahanan pangan (x_3) cenderung memiliki hubungan negatif terhadap tingkat kemiskinan, yang berarti peningkatan kedua variabel tersebut berpotensi menurunkan persentase penduduk miskin. Sementara itu, variabel kepadatan penduduk (x_2) dan persentase rumah tangga dengan akses air layak (x_4) menunjukkan pola hubungan yang berubah-ubah pada interval tertentu. Hal ini menunjukkan bahwa model regresi nonparametrik deret Fourier lebih fleksibel dalam menangkap pola kemiskinan yang kompleks antarwilayah di NTT.

D. Pengujian Hipotesis

Setelah parameter model diestimasi, tahap berikutnya adalah melakukan pengujian hipotesis pada model terbaik yang diuji. Uji signifikansi dilakukan dalam dua tahapan, yaitu uji simultan dan uji parsial. Hasil pengujian simultan disajikan pada Tabel 4.

Tabel 4. Analisis Variansi untuk Model Cosinus 3 Osilasi secara Simultan

| Sumber Variansi | Derajat Bebas (df) | Sum of Square | Mean Square | F | p-value |
|-----------------|--------------------|---------------|-------------|--------|---------|
| Regresi | 16 | 820,718 | 51,295 | 26,949 | 0,000 |
| Galat | 5 | 41,875 | 1,903 | | |
| Total | 21 | 862,593 | | | |

Berdasarkan hasil analisis variansi pada Tabel 4 diperoleh nilai $F = 26,949$ dengan p -value 0,000. Karena p -value lebih kecil dari $\alpha = 0,05$, maka H_0 ditolak. Hal ini menunjukkan bahwa secara simultan terdapat setidaknya satu variabel prediktor yang berpengaruh terhadap persentase penduduk miskin. Selanjutnya, dilakukan uji signifikansi parsial untuk masing-masing parameter model menggunakan statistik uji dengan derajat kebebasan tertentu, dan hasilnya disajikan pada Tabel 5.

Tabel 5. Uji Signifikansi Parameter Model Cosinus 3 Osilasi secara Parsial

| Variabel | Parameter | Koefisien | t_{hitung} | p -value | Keterangan | Kesimpulan |
|----------|-------------------|-----------|--------------|---------------|----------------|-------------------|
| | a_0 | 402,513 | 5,093 | 0,003* | $0,003 < 0,05$ | Berpengaruh |
| x_1 | $\hat{\lambda}_1$ | -46,729 | -4,612 | 0,005* | $0,005 < 0,05$ | Berpengaruh |
| | \hat{a}_{11} | -56,742 | -4,121 | 0,009* | $0,009 < 0,05$ | Berpengaruh |
| | \hat{a}_{21} | -1,769 | -1,756 | 0,139 | $0,139 > 0,05$ | Tidak Berpengaruh |
| | \hat{a}_{31} | -2,624 | -1,154 | 0,301 | $0,301 > 0,05$ | Tidak Berpengaruh |
| x_2 | $\hat{\lambda}_2$ | 0,079 | 4,797 | 0,004* | $0,004 < 0,05$ | Berpengaruh |
| | \hat{a}_{12} | -12,058 | -8,092 | 0,000* | $0,000 < 0,05$ | Berpengaruh |
| | \hat{a}_{22} | 5,159 | 4,996 | 0,004* | $0,004 < 0,05$ | Berpengaruh |
| | \hat{a}_{32} | 8,292 | 5,585 | 0,002* | $0,002 < 0,05$ | Berpengaruh |
| x_3 | $\hat{\lambda}_3$ | 0,852 | 6,815 | 0,001* | $0,001 < 0,05$ | Berpengaruh |
| | \hat{a}_{13} | -5,622 | -5,464 | 0,002* | $0,002 < 0,05$ | Berpengaruh |
| | \hat{a}_{23} | -1,412 | -2,673 | 0,044* | $0,044 < 0,05$ | Berpengaruh |
| | \hat{a}_{33} | -1,163 | -1,539 | 0,184 | $0,184 > 0,05$ | Tidak Berpengaruh |
| x_4 | $\hat{\lambda}_4$ | -0,943 | -13,209 | 0,000* | $0,000 < 0,05$ | Berpengaruh |
| | \hat{a}_{14} | 8,252 | 8,663 | 0,000* | $0,000 < 0,05$ | Berpengaruh |
| | \hat{a}_{24} | -10,753 | -8,216 | 0,000* | $0,000 < 0,05$ | Berpengaruh |
| | \hat{a}_{34} | 4,803 | 3,889 | 0,012* | $0,012 < 0,05$ | Berpengaruh |

Keterangan: (*) menunjukkan parameter signifikan

Sesuai dengan prosedur pengujian signifikansi parameter parsial menurut Igustin & Budiantara (2021), suatu variabel prediktor dianggap berpengaruh terhadap variabel respon apabila memiliki minimal satu parameter yang signifikan dalam model. Berdasarkan hasil pada Tabel 5, tidak seluruh parameter model signifikan secara parsial. Namun demikian, setiap variabel prediktor memiliki setidaknya satu parameter yang signifikan berdasarkan nilai t_{hitung} dan p -value, sehingga seluruh variabel prediktor dalam penelitian ini dinyatakan berpengaruh terhadap persentase penduduk miskin di NTT.

E. Hasil Estimasi dan Visualisasi Model Terbaik

Setelah menetapkan regresi nonparametrik deret Fourier komponen cosinus dengan parameter 3 osilasi sebagai model optimal dan melakukan pengujian hipotesis, dilakukan perbandingan antara nilai aktual persentase penduduk miskin dengan nilai prediksi model. Hasil estimasi ini bertujuan untuk melihat seberapa dekat model mampu mengikuti fluktuasi data riil di 22 Kabupaten/Kota Provinsi NTT. Perbandingan data aktual, hasil prediksi, dan nilai galat disajikan pada Tabel 6.

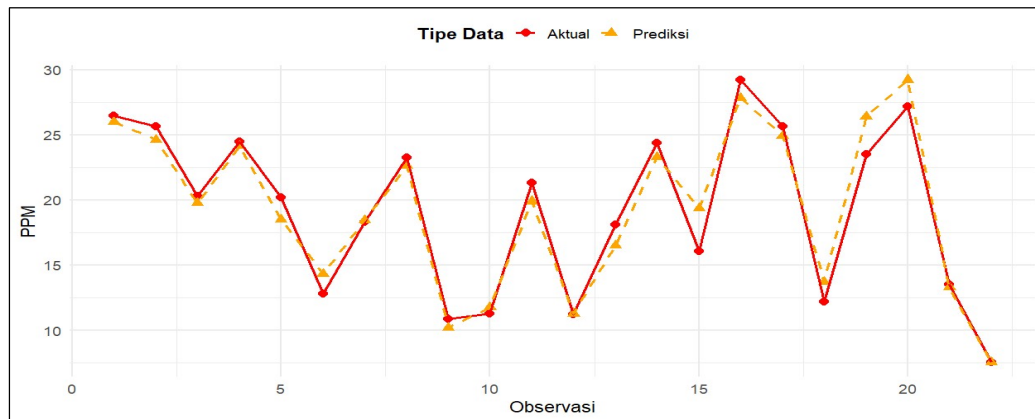
Tabel 6. Evaluasi Hasil Prediksi Model Cosinus 3 Osilasi terhadap Data Aktual Model Cosinus 3 Osilasi

| Kab/Kota | Data Aktual | Data Prediksi | Galat | Kab/Kota | Data Aktual | Data Prediksi | Galat |
|----------------------|-------------|---------------|--------|------------------|-------------|---------------|--------|
| Sumba Barat | 26,47 | 25,988 | 0,482 | Ngada | 11,22 | 11,281 | -0,061 |
| Sumba Timur | 25,64 | 24,611 | 1,029 | Manggarai | 18,1 | 16,509 | 1,591 |
| Kupang | 20,32 | 19,751 | 0,569 | Rote Ndao | 24,37 | 23,280 | 1,089 |
| Timor Tengah Selatan | 24,5 | 24,138 | 0,362 | Manggarai Barat | 16,09 | 19,347 | -3,257 |
| Timor Tengah Utara | 20,17 | 18,489 | 1,681 | Sumba Tengah | 29,23 | 27,832 | 1,398 |
| Belu | 12,79 | 14,328 | -1,538 | Sumba Barat Daya | 25,66 | 24,919 | 0,741 |
| Alor | 18,29 | 18,452 | -0,162 | Nagekeo | 12,18 | 13,711 | -1,531 |
| Lembata | 23,27 | 22,602 | 0,668 | Manggarai Timur | 23,51 | 26,395 | -2,885 |

| | | | | | | | |
|--------------|-------|--------|--------|-------------|-------|--------|--------|
| Flores Timur | 10,88 | 10,194 | 0,686 | Sabu Raijua | 27,18 | 29,225 | -2,045 |
| Sikka | 11,25 | 11,756 | -0,506 | Malaka | 13,52 | 13,276 | 0,244 |
| Ende | 21,31 | 19,898 | 1,412 | Kota Kupang | 7,57 | 7,538 | 0,032 |

Berdasarkan Tabel 6, hasil perhitungan model terlihat sangat mendekati nilai aktual. Hal ini dibuktikan dari nilai galat (selisih) yang sangat kecil dan berada di sekitar angka nol. Artinya, model yang dibuat tidak memprediksi terlalu tinggi maupun terlalu rendah secara drastis. Kedekatan angka ini menunjukkan bahwa model yang digunakan sangat akurat dalam menggambarkan kondisi kemiskinan di 22 Kabupaten/Kota di NTT.

Untuk memudahkan pengamatan, perbandingan antara nilai aktual dan nilai prediksi model disajikan dalam bentuk diagram garis pada Gambar 4.



Gambar 4. Visualisasi Perbandingan Data Aktual dan Prediksi Model Cosinus 3 Osilasi

Berdasarkan Gambar 4 memperlihatkan bahwa kurva model Fourier komponen cosinus mampu mengikuti pola fluktuasi persentase kemiskinan yang tidak teratur di berbagai kabupaten/kota. Meskipun data kemiskinan di NTT memiliki lonjakan dan penurunan yang tajam pada wilayah tertentu, fleksibilitas dari parameter 3 osilasi memungkinkan model untuk beradaptasi dengan pola tersebut secara presisi. Visualisasi ini menegaskan bahwa regresi nonparametrik deret Fourier efektif dalam memodelkan fenomena sosial yang kompleks dan tidak memiliki pola linier. Fleksibilitas metode ini terbukti akurat dalam menangkap fluktuasi tajam dan ketimpangan angka kemiskinan antar wilayah di NTT.

IV. KESIMPULAN

Hasil pemodelan Persentase Penduduk Miskin di Provinsi Nusa Tenggara Timur menunjukkan bahwa estimator deret Fourier komponen cosinus memiliki performa yang lebih baik dibandingkan komponen sinus. Berdasarkan parameter 3 osilasi, model cosinus terpilih sebagai model terbaik sebagaimana direpresentasikan pada Persamaan (22), dengan nilai R^2 (95,146%), MSE (1,903), RMSE (1,379), dan MAPE (5,817%). Hasil pengujian hipotesis menunjukkan bahwa variabel prediktor secara simultan berpengaruh terhadap persentase penduduk miskin. Secara parsial, tidak seluruh parameter model signifikan, namun setiap variabel prediktor memiliki minimal satu parameter yang signifikan sehingga seluruh variabel prediktor dinyatakan berpengaruh terhadap persentase penduduk miskin di NTT. Kemampuan model cosinus dalam menangkap fluktuasi data menunjukkan adanya variasi karakteristik kemiskinan antarwilayah di NTT. Implikasi kebijakan dari temuan ini menekankan pentingnya peningkatan kualitas pendidikan, penguatan ketahanan pangan, pemerataan akses air layak, dan pengelolaan kepadatan penduduk sebagai bagian dari strategi pengentasan kemiskinan yang lebih tepat sasaran sesuai karakteristik wilayah.

UCAPAN TERIMA KASIH

Terima kasih kepada Universitas Tribhuwana Kalabahi dan Tribhuwana Alor *Foundation* atas dukungan finansial dan fasilitas yang diberikan untuk penelitian ini. Penelitian ini didanai melalui skema pendanaan internal universitas tahun 2026.

DAFTAR PUSTAKA

- Adrianingsih, N. Y., & Dani, A. T. R. (2021). Estimasi Model Regresi Semiparametrik Spline Truncated Menggunakan Metode Maximum Likelihood Estimation (MLE). *Jambura Journal of Probability and Statistics*, Vol. 2, No. 2, hal. 56–63. <https://doi.org/10.34312/jjps.v2i2.10255>
- Adrianingsih, N. Y., Mungkabel, M., Dani, A. T. R., & Ni'matuzzahroh, L. (2025). A Nonparametric Regression Approach Address Poverty Problems in East Nusa Tenggara Province. *Inferensi*, Vol. 8, No. 2, hal. 67. <https://doi.org/10.12962/j27213862.v8i1.20508>
- Algifari, (1997). *Analisis Regresi: Teori Singkat Tentang Regresi Parametrik dan Regresi Nonparametrik*. Yogyakarta: BPFE Yogyakarta.
- Amri, I. F., Chamidah, N., Saifudin, T., Purwanto, S., Fadlurohman, A., Ningrung, A. F., & Amri, S. (2024). Prediction of Extreme Weather using Nonparametric Regression Approach with Fourier Series Estimators. *Data and Metadata*, Vol. 3. doi: <https://doi.org/10.56294/dm2024319>
- BPS. (2025). *Statistik dalam Angka Indonesia Tahun 2025*, Badan Pusat Statistik Jakarta.
- Bilodeau, M. (1992), Fourier smoother and additive models. *Canad. J. Stat*, Vol. 20, No. 257–269. doi: <https://doi.org/10.2307/3315313>
- BPS. (2024). *Ringkasan Data Dan Informasi Kemiskinan Provinsi NTT 2024*. Badan Pusat Statistik Provinsi Nusa Tenggara Timur.
- Candra, Y., & Dani, A. T. R. (2026). Pemodelan Indeks Kerukunan Umat Beragama di Indonesia Menggunakan Regresi Nonparametrik Deret Fourier Berdasarkan Fungsi Basis Sinus dan Basis Cosinus. *Euler: Jurnal Ilmiah Matematika, Sains dan Teknologi*, vol. 14, no. 1, No. 103-116. doi: <https://doi.org/10.37905/euler.v14i1.37721>
- Chamidah, N., & Lestari, B. (2022). *Analisis Regresi Nonparametrik dengan Perangkat Lunak R*. Surabaya: Airlangga University Press.
- Ciucu, A., Vargas, V., Păuna, C., & Jigani, A.-I. (2025). Poverty, Education, and Decent Work Rates in Central and Eastern EU Countries. *Standards*, Vol. 5, No. 2, 16. <https://doi.org/10.3390/standards5020016>
- Dani, A. T. R., & Adrianingsih, N. Y. (2021). Pemodelan Regresi Nonparametrik dengan Estimator Spline Truncated dan Deret Fourier. *Jambura J. Math*. Vol. 3, No. 1, hal. 26-36. doi: <https://doi.org/10.34312/jjom.v3i1.7713>
- Dani, A. T. R., & Adrianingsih, N. Y. (2021). Pemodelan Regresi Nonparametrik dengan Estimator Spline Truncated vs Deret Fourier. *Jambura Journal of Mathematics*, Vol. 3, No. 1, hal 26–36. <https://doi.org/10.34312/jjom.v3i1.7713>
- Dani, A. T. R., & Ni'matuzzahroh, L. (2022). Penerapan Keluarga Model Spline Truncated Polinomial pada Regresi Nonparametrik. *Inferensi*, Vol. 5, No. 1, 37. <https://doi.org/10.12962/j27213862.v5i1.12537>
- Dani, A. T. R., & Nimatuzzahroh, L. (2021). Pemodelan Persentase Penduduk Miskin Kabupaten/Kota di Provinsi Jawa Barat dengan Pendekatan Regresi Nonparametrik Spline Truncated. In *J Statistika*, Vol. 14, No. 1. www.unipasby.ac.id
- Dani, A. T. R., Dewi, A. F., & Ni'matuzzahroh, L. (2022). Studi Simulasi dan Aplikasi: Estimator Deret Fourier pada Pemodelan Regresi Nonparametrik. *Prosiding Seminar Nasional Matematika, Statistika, Dan Aplikasinya*, hal. 279–288.
- Dani, A. T. R., Putra, F. B., Budiantara, I. N., & Ratnasari, V. (2025). Estimasi Produksi Beras dengan Estimator Campuran Spline Truncated – Kernel di Jawa Timur. *Journal of Mathematics*, Vol. 1, No. 2, hal. 166-176. doi: <https://doi.org/10.37905/jjom.v7i2.33379>
- Dani, A. T. R., Putra, F. B., Fauziyah, M., Kusuma, R., Koirudin, H., Zet Oroh, C., & Kosasih, R. A. (2025). Interval Estimation in Truncated Spline Regression: Analyzing the 2023 Indonesian Democracy Index. *Science & Technology Asia*, Vol. 30, No. 4, hal. 112–125. <https://doi.org/10.14456/scitechasia.2025.74>
- Eubank, R. L. (1999). *Nonparametric Regression and Spline Smoothing*, 2nd ed. Marcel Dekker Inc., New York.

- Haq, H. F. D. U., Budiantara, I. N., & Purnomo, J. D. T. (2025). Pemilihan Parameter Osilasi Optimal Menggunakan Generalized Cross-Validation (GCV) Pada Regresi Nonparametrik Deret Fourier. *Jurnal Gaussian*, Vol. 14, No. 2. Hal. 577-587. doi: <https://doi.org/10.14710/j.gauss.14.2.577-587>
- Igustin, E. D., & Budiantara, I. N. (2021). Pemodelan Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Total Fertility Rate di Indonesia Menggunakan Regresi Nonparametrik Spline Truncated. *Jurnal Sains dan Seni ITS*, Vol. 9, No. 2, hal. 178–185. doi: <https://doi.org/10.12962/j23373520.v9i2.56791>
- Kurniawan, T. A. D., Setiawan, A., & Tita, F. (2025). Perbandingan Kinerja Metode Support Vector Regression dan Metode Regresi Linier Berganda dalam Memprediksi BMI pada Dataset ASTHMA. *Jurnal Sains dan Edukasi Sains*. Vol. 8, No. 2, hal. 133-142. doi: <https://doi.org/10.24246/juses.v8i2p133-142>
- Mardianto, M. F., Tjahjono, E., & Rifada, M. (2019). Statistical Modelling For Prediction Of Rice Production In Indonesia Using Semiparametric Regression Based On Three Forms Of Fourier Series Estimator. *ARP Journal Of Engineering and Applied Sciences*, Vol.14, No.15, hal. 2763-2770.
- Steinerberger, S., & Wasserstein, J. (2021). Fourier series and applications. *Monatsh. Math.* 194, No. 305–338. doi: <https://doi.org/10.1007/s00605-020-01497-2>
- Sudjana, (2022). *Metoda Statistika*. Bandung: Tarsito.
- Suliyanto, Saifudin, T., Rafida, M., & Amelia, D. (2025). Statistical inferences and applications of nonparametric regression models based on fourier series. *MethodsX*, 14. doi: <https://doi.org/10.1016/j.mex.2025.103217>
- Symonds, J. (2011). The Poverty Trap: Or, Why Poverty is Not About the Individual. *International Journal of Historical Archaeology*, Vol. 15, No. 4, hal. 563–571. <https://doi.org/10.1007/s10761-011-0156-8>
- W. Hardle, (1990). *Applied Nonparametric Regression*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Wahba. (1990). *Spline Models for Observational Data* (2nd ed.). SIAM.
- Wu, H., & Zhang, J. T. (2006). *Nonparametric Regression Methods for Longitudinal Data Analysis: Mixed-Effects Modeling Approaches*. New York. John Wiley & Sons.